

Test wiedzy algorytmicznej

XVIII OIJ, zawody I stopnia, tura testowa
26 października 2023



Test składa się z 20 pytań. Odpowiedzi należy zaznaczać na karcie odpowiedzi. Pytania są dwóch typów:

- pytania wielokrotnego wyboru – należy w nich zaznaczyć znakami \times kratki obok wszystkich prawidłowych odpowiedzi, a pozostałe kratki obok nieprawidłowych odpowiedzi pozostawić puste,
- pytania krótkiej odpowiedzi – należy w nich wpisać odpowiedź, zawsze jest to liczba naturalna lub krótki napis. Jeżeli odpowiedzią jest liczba naturalna to należy ją zapisać z użyciem cyfr arabskich, w najprostszej postaci w systemie dziesiętkowym (np. jeśli poprawna odpowiedź to 4, to odpowiedzi 4.0, $\frac{8}{2}$, $\sqrt{16}$, IV, 100_2 , 2^2 nie będą akceptowane). Jeżeli odpowiedzią jest krótki napis, należy go zapisać dokładnie, bez zmiany wielkości znaków, bez dodatkowych odstępów, bez dodatkowej interpunkcji kończącej zdanie (np. jeśli poprawna odpowiedź to kajak to odpowiedzi k a j a k, k-a-j-a-k, Kajak, Odpowiedź to: kajak., KAJAK nie będą akceptowane).

W razie pomyłki przy wypełnianiu karty odpowiedzi, poproś pilnującego test o nową, pustą kartę odpowiedzi.

Oceniana jest tylko poprawność odpowiedzi. Nie należy podawać żadnych uzasadnień.

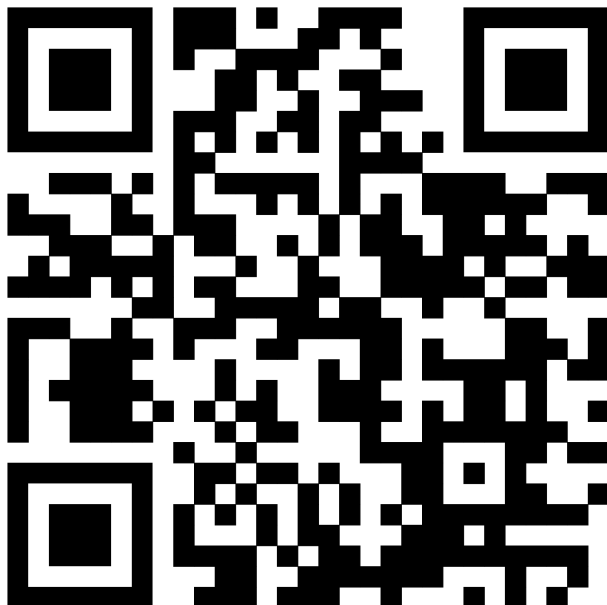
Na rozwiązanie testu masz 100 minut. Na końcu testu znajdują się kartki brudnopisu. Używanie urządzeń elektronicznych, w tym kalkulatorów (nawet prostych) jest zakazane.

Za każdą w pełni poprawną odpowiedź na pytanie otrzymasz 10 punktów. Za błędną odpowiedź lub brak odpowiedzi nie przyznaje się punktów. Możesz założyć, że w pytaniach na teście podane kody w C++ i w Pythonie są równoważne.

Prawidłowe odpowiedzi wraz z wyjaśnieniami opublikowane zostaną na stronie <http://oij.edu.pl> w piątek 27 października 2023 o godzinie 13.00. Wtedy też, po zalogowaniu do systemu SIO2, będzie można przeglądać wyniki testu.

Pamiętaj, że oprócz testu, elementem I etapu zawodów OIJ są zadania programistyczne. Możesz je znaleźć w systemie SIO2. Zadania programistyczne można rozwiązywać do 8 stycznia 2023. O kwalifikacji do II etapu zawodów decyduje suma punktów uzyskanych na teście oraz z zadań programistycznych. Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania programistycznego staje się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego sumarycznego wyniku może zostać zakwalifikowany do II etapu. Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań ani odpowiedzenie na wszystkie pytania.

Po zeskanowaniu poniższego kodu QR, po zakończeniu testu we wszystkich szkołach będziesz mieć dostęp do wzorcowych rozwiązań.



1. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
int f(int x, int y, int z) {
    return y * z + x;
}
```

Jaki będzie wynik wywołania $f(2, 3, 4)$?

wersja Python

```
def f(x, y, z):
    return y * z + x
```

2. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
string f(string s) {
    string wynik;
    for (char c : s) {
        if (c == 'a') continue;
        wynik.push_back(c);
    }
    return wynik;
}
```

Jaki będzie wynik wywołania $f(\text{"bajtazar"})$?

wersja Python

```
def f(s):
    wynik = ''
    for c in s:
        if c == 'a': continue
        wynik += c
    return wynik
```

3. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
string f(string s) {
    string wynik;
    int ile = 1;
    for (char c : s) {
        for (int i = 0; i < ile; i++)
            wynik.push_back(c);
        ile++;
    }
    return wynik;
}
```

Jaki będzie wynik wywołania $f(\text{"test"})$?

wersja Python

```
def f(s):
    wynik = ''
    ile = 1
    for c in s:
        for i in range(ile):
            wynik += c
        ile += 1
    return wynik
```

4. Zaznacz wszystkie liczby parzyste.

- A. 101010101_2 (liczba jest zapisana w systemie dwójkowym)
- B. 10^9
- C. $7^{10} \cdot 5^{11}$
- D. $1 + 2 + 3 + \dots + 100$



5. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
int f(int n) {
    int wynik = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        for (int j = 0; j < n; j++)
            for (int k = 0; k < n; k++)
                wynik++;
    return wynik;
}
```

Jaki powinien być argument n , aby $f(n) = 64$?

wersja Python

```
def f(n):
    wynik = 0
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            for k in range(n):
                wynik += 1
    return wynik
```

6. Bajtek ma zero dukatów i spotkał Alladyna. Jeżeli powie mu A, otrzyma jednego dukata, jeżeli zaś powie mu B, otrzyma drugie tyle dukatów ile już posiada. Bajtek może powiedzieć wiele zaklęć po kolei: przykładowo, jeżeli powie AAABA, to będzie miał 7 dukatów ($0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$). Wymień jedną literę w słowie AAABA na inną, żeby Bajtek zamiast siedmiu, uzyskał 9 dukatów. Jako odpowiedź podaj nowy, zmieniony, pięcioliterowy napis.

7. Rozważmy poniższą funkcję rekurencyjną:

wersja C++

```
int f(int n) {
    if (n <= 9) return n;
    int s = 0;
    while (n > 0) {
        s += n % 10;
        n /= 10;
    }
    return f(s);
}
```

Ile jest różnych parametrów n (liczb naturalnych) z przedziału od 1 do 10 000 włącznie, dla których $f(n) = 1$?

wersja Python

```
def f(n):
    if n <= 9: return n
    s = 0
    while n > 0:
        s += n % 10
        n //= 10
    return f(s)
```

8. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
string f(string s) {
    string wynik;
    for (char c : s) {
        if (c == 'z')
            wynik.push_back('a');
        else
            wynik.push_back(c + 1);
    }
    return wynik;
}
```

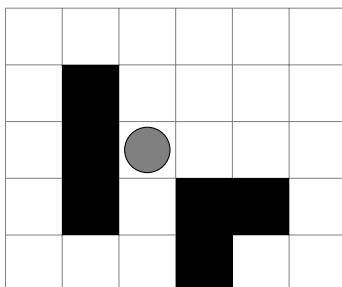
Jaki był argument s , jeżeli wywołanie $f(s)$ zwróciło "abebojf"?

wersja Python

```
def f(s):
    wynik = ''
    for c in s:
        if c == 'z':
            wynik += 'a'
        else:
            wynik += chr(ord(c) + 1)
    return wynik
```

9. Ile jest liczb naturalnych z przedziału od 1 do 200 włącznie, w których w zapisie w systemie dwójkowym (bez zer wiodących) występuje przynajmniej pięć zer z rzędu?

10. Dana jest plansza złożona z czarnych i białych kwadratów. Pionek zaczyna od pola oznaczonego kółkiem i w jednym ruchu może przesunąć się jedynie na pole białe w jednym z czterech podstawowych kierunków: o jedno pole w górę, dół, lewo lub prawo. Ile jest pól, na które pionek może dojść w co najwyżej czterech ruchach? Wliczamy również pole początkowe.



11. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
int f(int n) {
    int wynik = 0;
    int mnoznik = 1;
    while (n > 0) {
        wynik += mnoznik * (n % 2);
        n /= 2;
        mnoznik++;
    }
    return wynik;
}
```

wersja Python

```
def f(n):
    wynik = 0
    mnoznik = 1
    while n > 0:
        wynik += mnoznik * (n % 2)
        n //= 2
        mnoznik += 1
    return wynik
```

Podaj najmniejszą dodatnią wartość parametru n , dla której wywołanie $f(n)$ zwróci 17.

12. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
bool f(string s) {
    vector<bool> zaznaczone(15, false);
    int pozycja = 0;
    zaznaczone[pozycja] = true;
    for (char x : s) {
        if (x == 'a') pozycja += 5;
        else if (x == 'b') pozycja -= 2;
        else return false;
        if ((pozycja < 0) || (pozycja > 14))
            return false;
        if (zaznaczone[pozycja]) return false;
        zaznaczone[pozycja] = true;
    }
    for (int i = 0; i < 15; i++)
        if (!zaznaczone[i]) return false;
    return true;
}
```

wersja Python

```
def f(s):
    zaznaczone = [False] * 15
    pozycja = 0
    zaznaczone[pozycja] = True
    for x in s:
        if x == 'a': pozycja += 5
        elif x == 'b': pozycja -= 2
        else: return False
        if (pozycja < 0) or (pozycja > 14):
            return False
        if zaznaczone[pozycja]: return False
        zaznaczone[pozycja] = True
    for i in range(15):
        if not zaznaczone[i]: return False
    return True
```

Podaj wartość parametru s , dla którego wywołanie $f(s)$ zwróci true/True.

13. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

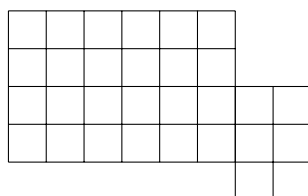
```
string f(string s) {
    string wynik;
    for (char x : s) {
        if (x == 'b') wynik += "00";
        else if (x == 'd') wynik += "01";
        else if (x == 'e') wynik += "100";
        else if (x == 'o') wynik += "101";
        else if (x == 'r') wynik += "110";
        else if (x == 'z') wynik += "111";
        else wynik += "2";
    }
    return wynik;
}
```

wersja Python

```
def f(s):
    wynik = ''
    for x in s:
        if x == 'b': wynik += '00'
        elif x == 'd': wynik += '01'
        elif x == 'e': wynik += '100'
        elif x == 'o': wynik += '101'
        elif x == 'r': wynik += '110'
        elif x == 'z': wynik += '111'
        else: wynik += '2'
    return wynik
```

Podaj wartość parametru s , dla którego wywołanie $f(s) = "0110100110111100"$.

14. Ile jest prostokątów na poniższym rysunku? Interesują nas prostokąty o dowolnych wymiarach, ale z bokami jedynie wzdłuż linii kratek. Przykładowo, na kratownicy o wymiarach 2×2 kwadraty jednostkowe znajduje się dziewięć prostokątów: cztery kwadraty 1×1 , dwa prostokąty 2×1 , dwa prostokąty 1×2 oraz jeden kwadrat 2×2 .



15. Ile jest liczb naturalnych z przedziału od 1 do 3999 włącznie, które zapisane w systemie rzymskim nie mają dwóch takich samych znaków obok siebie? Dla przypomnienia: w systemie rzymskim występują cyfry I, V, X, L, C, D, M oznaczające kolejno: 1, 5, 10, 50, 100, 500 oraz 1000. Przykładowo, zapis liczby 4 to IV, zaś zapis liczby 99 to XCIX.

16. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

```
int f(int n) {
    n %= 7;
    n %= 5;
    n %= 3;
    return n;
}
```

wersja Python

```
def f(n):
    n %= 7
    n %= 5
    n %= 3
    return n
```

Wskaż najmniejszą naturalną wartość parametru n większą niż 2, dla której $f(n) = 2$.

17. Rozważmy poniższą funkcję:

wersja C++

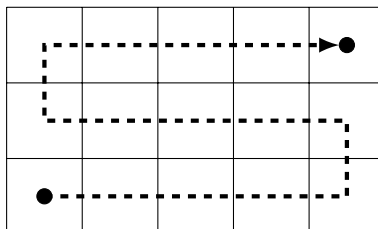
```
int f(int n, string s) {
    for (char x : s) {
        if (x == 'a') n *= 2;
        if (x == 'b') n++;
        if (x == 'c') n /= 2;
    }
    return n;
}
```

wersja Python

```
def f(n, s):
    for x in s:
        if x == 'a': n *= 2
        if x == 'b': n += 1
        if x == 'c': n //= 2
    return n
```

Podaj najkrótszy możliwy napis s , dla którego wywołanie $f(30, s)$ zwróci 29.

18. Ile jest różnych ścieżek z lewego dolnego rogu do prawego górnego rogu poniższej planszy, które przechodzą przez każde z piętnastu pól dokładnie jeden raz? W jednym ruchu można przesunąć się o jedno pole w jednym z czterech podstawowych kierunków (góra, dół, lewo, prawo). Jedną z poprawnych ścieżek, którą również należy policzyć, pokazano na rysunku poniżej.



19. Rozważmy poniższe funkcje:

wersja C++

```
int f(int n) {
    if (n == 0) return 0;
    return f(n / 10) + n % 10;
}

int g(int n) {
    if (n == 0) return 0;
    return g(n - 1) + f(n);
}
```

wersja Python

```
def f(n):
    if n == 0: return 0
    return f(n // 10) + n % 10

def g(n):
    if n == 0: return 0
    return g(n - 1) + f(n)
```

Jaki jest wynik wywołania $g(200)$?

20. Jaka jest największa liczba naturalna o sumie cyfr 12 i wszystkich cyfrach różnych?

BRUDNOPIS, miejsce na notatki (nie będzie sprawdzane)



BRUDNOPIS, miejsce na notatki (nie będzie sprawdzane)

